

Теоретические задачи для недели №2

Александр Курилкин, ШАД HELPER

22 июля 2020 г.

Во всех задачах время работы может быть амортизированным, если не указано иное.

№1, вступительные в ШАД 25.05.19

Дан массив вещественных чисел A . Предложите алгоритм, находящий для каждого элемента A индекс ближайшего справа элемента, большего его хотя бы в два раза. Если такого элемента нет, то должно возвращаться значение *None*. Ограничение по времени $O(n \log n)$, по дополнительной памяти — $O(n)$.

№2, вступительные в ШАД 08.06.19

Дан массив A вещественных чисел, отсортированный по возрастанию, а также числа p , q , r . Предложите алгоритм, строящий массив B , состоящий из чисел $px^2 + qx + r$, где $x \in A$, также отсортированный по возрастанию. Ограничение по времени — $O(n)$, по дополнительной памяти — $O(n)$.

№3

(a)

Пусть дан выпуклый многоугольник, все вершины которого лежат на окружности (то есть он вписан в окружность). Для каждой его вершины p мы хотим найти вершину, наиболее удаленную от нее. Для этого применим тернарный поиск по функции «расстояние от p до другой вершины» на отрезке вершин от следующей за p до предыдущей перед p в порядке обхода многоугольника по часовой стрелке. Такой алгоритм работает за $O(n \log n)$, но корректен ли он, то есть для любого ли вписанного в окружность многоугольника он найдет правильные ответы? Докажите или приведите контрпример.

(b)*

В предположении, что такой алгоритм корректен, оптимизируйте его до $O(n)$.

(с)

Корректен ли такой алгоритм для произвольного выпуклого многоугольника?

№4*

Докажите, что если вам дан отсортированный массив, то нельзя без какого-либо предподсчета отвечать на запросы «найти позицию числа x » быстрее $O(\log n)$.