

# Теоретические задачи для недели №5

Александр Курилкин, ШАД HELPER

12 августа 2020 г.

Во всех задачах время работы может быть амортизированным или ожидаемым (то есть матожидание времени работы), если не указано иное.

## №1

Как написать поиск в глубину для неориентированного дерева (связного графа без циклов) так, чтобы он не использовал массив *used*?

## №2

Пусть мы запустили поиск в глубину из какой-то вершины и обошли ровно  $k$  ( $k \leq V$ ) вершин. Предложите алгоритм, который зануляет массив *used* после такого поиска в глубину за:

- (a)  $O(k)$
- (b)  $O(1)$

## №3

Дан неориентированный граф, степень каждой вершины в котором хотя бы 3. Предложите алгоритм за  $O(V + E)$ , красящий ребра графа в красный и черный цвет так, чтобы каждой вершине было инцидентно хотя бы одно красное и одно черное ребро.

## №4\*

Предложите алгоритм для построения лексикографически минимальной топологической сортировки за  $O(V \log V + E)$ . Определим сравнение сортировок следующим образом. Для сортировки выпишем перестановку, на  $i$ -м месте в которой стоит число, которое мы написали в вершину с номером  $i$ . Тогда если такая перестановка лексикографически меньше другой, то и соответствующая ей топологическая сортировка лексикографически меньше соответствующей другой перестановке топологической сортировки.

## №5

Дан неориентированный взвешенный граф. Найдите путь из вершины  $s$  в вершину  $t$  с минимальным максимальным ребром за:

- (a)  $O(E \log C)$ , где  $C$  — максимальный вес ребра в графе
- (b)  $O(E \log E)$
- (c)\*\*  $O(V + E)$