

Теоретические задачи для недели №7

Александр Курилкин, ШАД HELPER

25 августа 2020 г.

Во всех задачах время работы может быть амортизированным или ожидаемым (то есть матожидание времени работы), если не указано иное.

№1

Дан неориентированный взвешенный граф, в нем выделены вершины s и t . Построим какое-нибудь минимальное остовное дерево этого графа. Докажите, что путь из s в t , проходящий по ребрам минимального остовного дерева, является путем с минимальным максимальным ребром среди всех путей из s в t в данном графе.

№2

Рассмотрим эвристику сжатия путей отдельно от ранговой эвристики. Имеется некоторый лес из n вершин, поступает q запросов $get(v)$ на получение корня компоненты с вершиной v . Запросов другого типа не поступает (то есть компоненты не объединяются). Докажите, что время работы составим $O(n + q)$.

№3

Предложите алгоритм за $O(m \log n)$ нахождения остовного дерева (не обязательно минимального по весу), в котором максимальное ребро минимально.

№4**

Докажите, что сжатие путей в СНМ отдельно от ранговой эвристики работает за $O(\log n)$.

№5

Упорядочим все возможные остовные деревья по их весу. Предложите алгоритм, находящий второе дерево в этом списке, за:

(a)* $O(n^2 + m)$

(b)** $O(m \log n)$