




ОНЛАЙН-ОБРАЗОВАНИЕ

# Онлайн-образование





# Меня хорошо видно && слышно?

Ставьте  , если все хорошо  
Напишите в чат, если есть проблемы





# Неопределённый интеграл



Зухба Расим Даурович

ст. преподаватель

МФТИ

[rasimzukhba@gmail.com](mailto:rasimzukhba@gmail.com)

# Правила вебинара



Активно участвуем. Понадобятся ручка и бумага!



Задаем вопрос в чат или голосом



Вопросы вижу в чате, могу ответить не сразу

# Неопределённый интеграл как первообразная

$$F'(x) = f(x)$$

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

$$(x^2)' = 2x$$

$$(x^2 + 3)' = 2x$$

$$(x^2 - 10)' = 2x$$

$$(x^2 + C)' = 2x$$

$$\Rightarrow \int 2x dx = x^2 + C$$

# Таблица производных и первообразных

$$(e^x)' = e^x$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$(x^n)' = n x^{n-1}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$\int x^n dx = \begin{cases} \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, & n \neq -1 \\ \ln x + C, & n = -1 \end{cases}$$

# Примеры

$$\int \left( x^2 + x + \frac{1}{x} \right) dx$$

$$\int 3 e^x dx$$

$$\int (x^5 - 4x^3 + \sin x + 5) dx$$



# Ещё таблица первообразных

$$\int \frac{1}{x^2 - 1} dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x - 1}{x + 1} \right| + C$$

$$\int \frac{1}{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x - a}{x + a} \right| + C$$

$$\int \frac{1}{1 + x^2} dx = \operatorname{arctg} x + C$$

$$\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} dx = \arcsin x + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm 1}} dx = \ln(x + \sqrt{x^2 \pm 1}) + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx = \ln(x + \sqrt{x^2 \pm a^2}) + C$$



# Примеры

$$\int \frac{1}{x^2 + 4} dx$$

$$\int \frac{1}{x^2 + 4x + 5} dx$$

$$\int \frac{1}{x^2 + 4x + 3} dx$$

$$\int \frac{1}{x^2 + 4x + 4} dx$$

# Интегрирование заменой (подстановкой)

$$\int f(y(x))y'(x)dx = \int f(y)dy$$

$$\int e^{2x}dx = \left| \begin{array}{l} y = 2x \\ dy = 2dx \\ dx = \frac{1}{2}dy \end{array} \right| = \int \frac{1}{2}e^y dy = \frac{1}{2}e^y + C = \frac{1}{2}e^{2x} + C$$

$$\int \frac{\cos x}{\sin x} dx = \left| \begin{array}{l} y = \sin x \\ dy = \cos x dx \end{array} \right| = \int \frac{dy}{y} = \ln y + C = \ln \sin x + C$$



# Примеры

$$\int (2x + 1)^3 dx$$

$$\int \frac{1}{x + 3} dx$$

$$\int x e^{x^2} dx$$

$$\int \frac{2x + 1}{x^2 + x + 5} dx$$

# Интегрирование по частям

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

$$\begin{aligned}\int \ln x \, dx &= \int \ln x \cdot 1 \, dx = \left| \begin{array}{l} f = \ln x \\ g' = 1 \\ f' = \frac{1}{x} \\ g = x \end{array} \right| = x \ln x - \int \frac{1}{x} x \, dx = \\ &= x \ln x - \int dx = x \ln x - x + C\end{aligned}$$



# Примеры

$$\int x e^x dx$$

$$\int x^2 \sin x dx$$

# Примеры

$$\int e^x \sin x \, dx$$





# Спасибо за внимание!

## Приходите на следующие вебинары



Зухба Расим Даурович

преподаватель кафедры высшей математики МФТИ

[rasimzukhba@gmail.com](mailto:rasimzukhba@gmail.com)