




ОНЛАЙН-ОБРАЗОВАНИЕ

# Онлайн-образование





# Меня хорошо видно && слышно?

Ставьте  , если все хорошо  
Напишите в чат, если есть проблемы





# Несобственный интеграл



Зухба Расим Даурович

ст. преподаватель

МФТИ

[rasimzukhba@gmail.com](mailto:rasimzukhba@gmail.com)

# Правила вебинара



Активно участвуем. Понадобятся ручка и бумага!



Задаем вопрос в чат или голосом

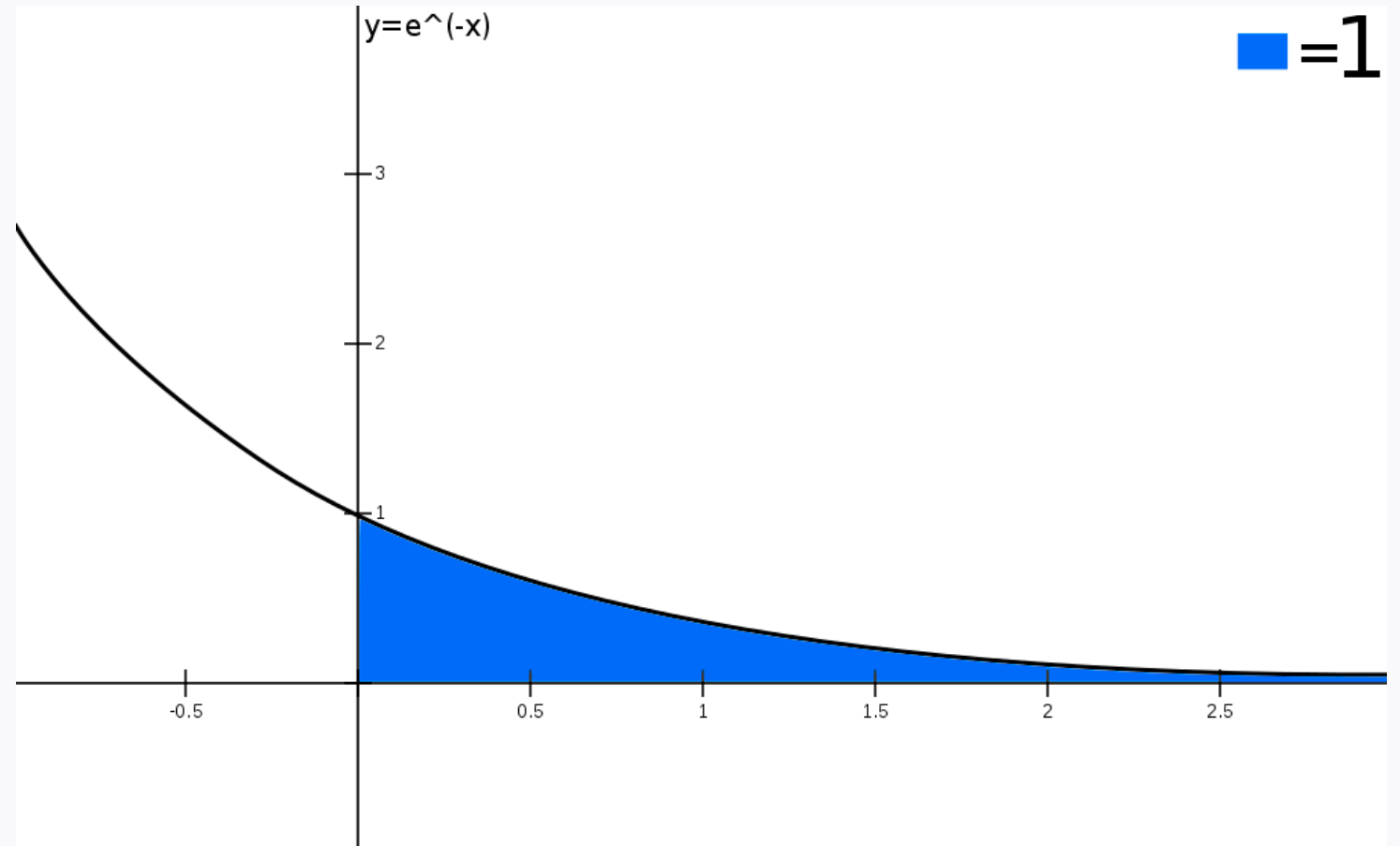


Вопросы вижу в чате, могу ответить не сразу

# Несобственный интеграл

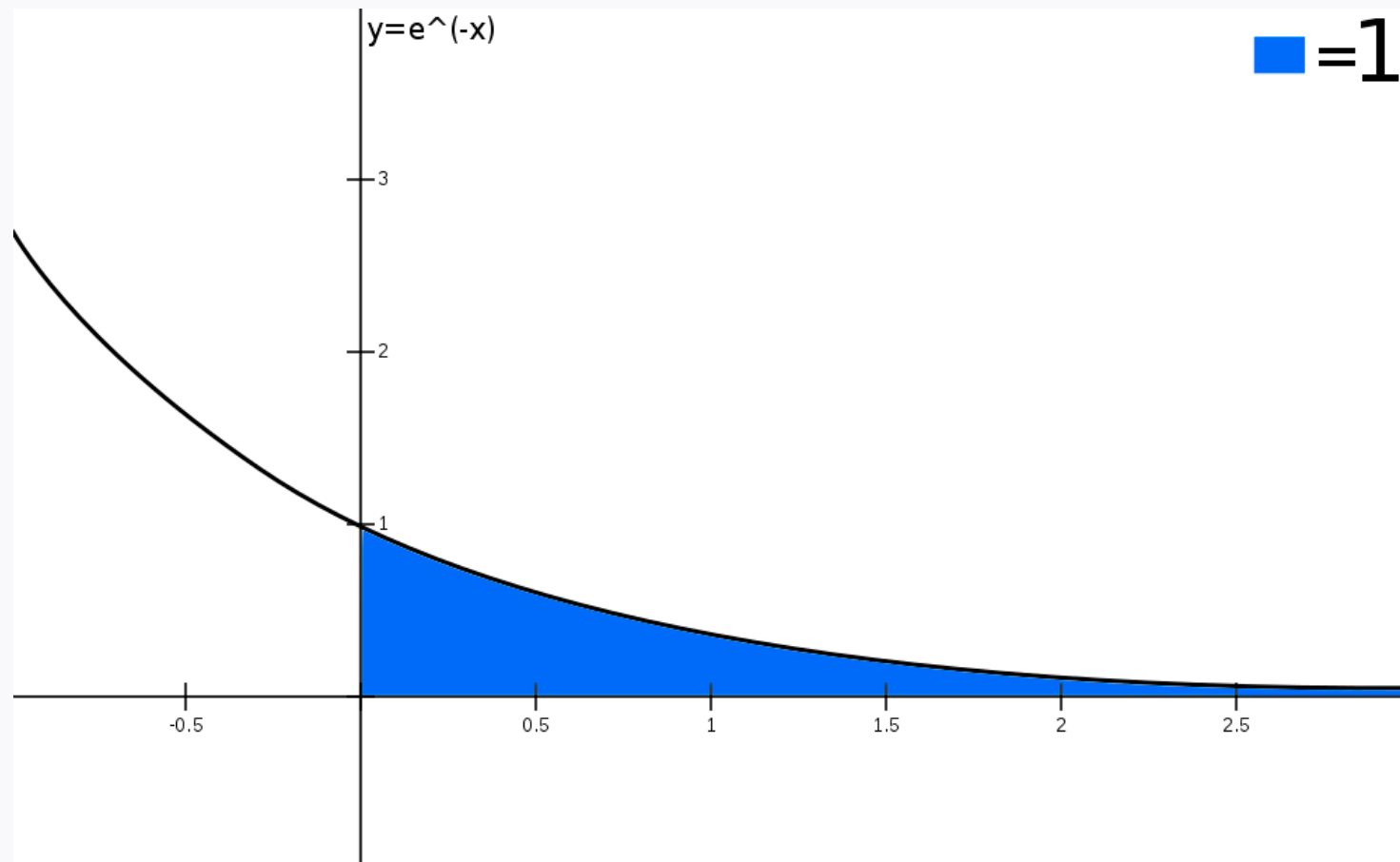
$$\int_a^{+\infty} f(x)dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_a^b f(x)dx$$

Если предел существует, то говорят что интеграл сходится, иначе – расходится.



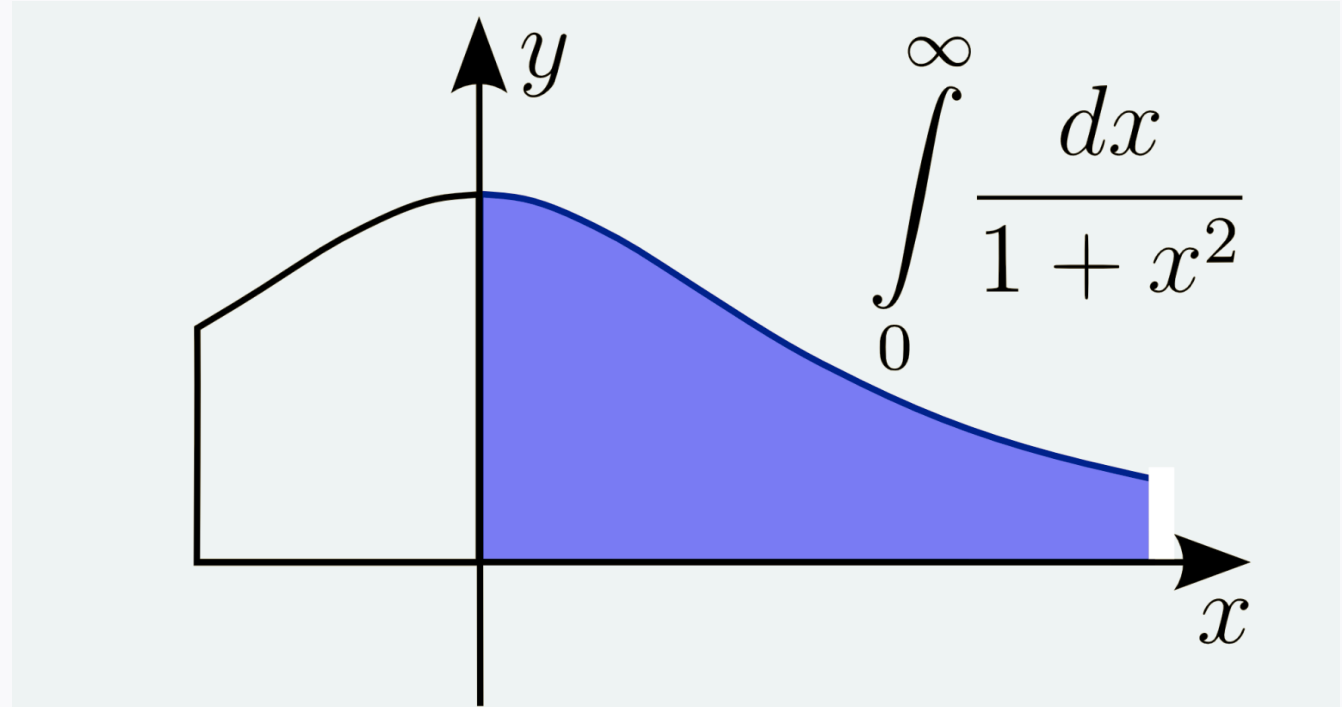
# Несобственный интеграл

$$\int_0^{+\infty} e^{-x} dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_0^b e^{-x} dx =$$



# Несобственный интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_0^b \frac{1}{1+x^2} dx =$$





# Несобственный интеграл

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx =$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx =$$



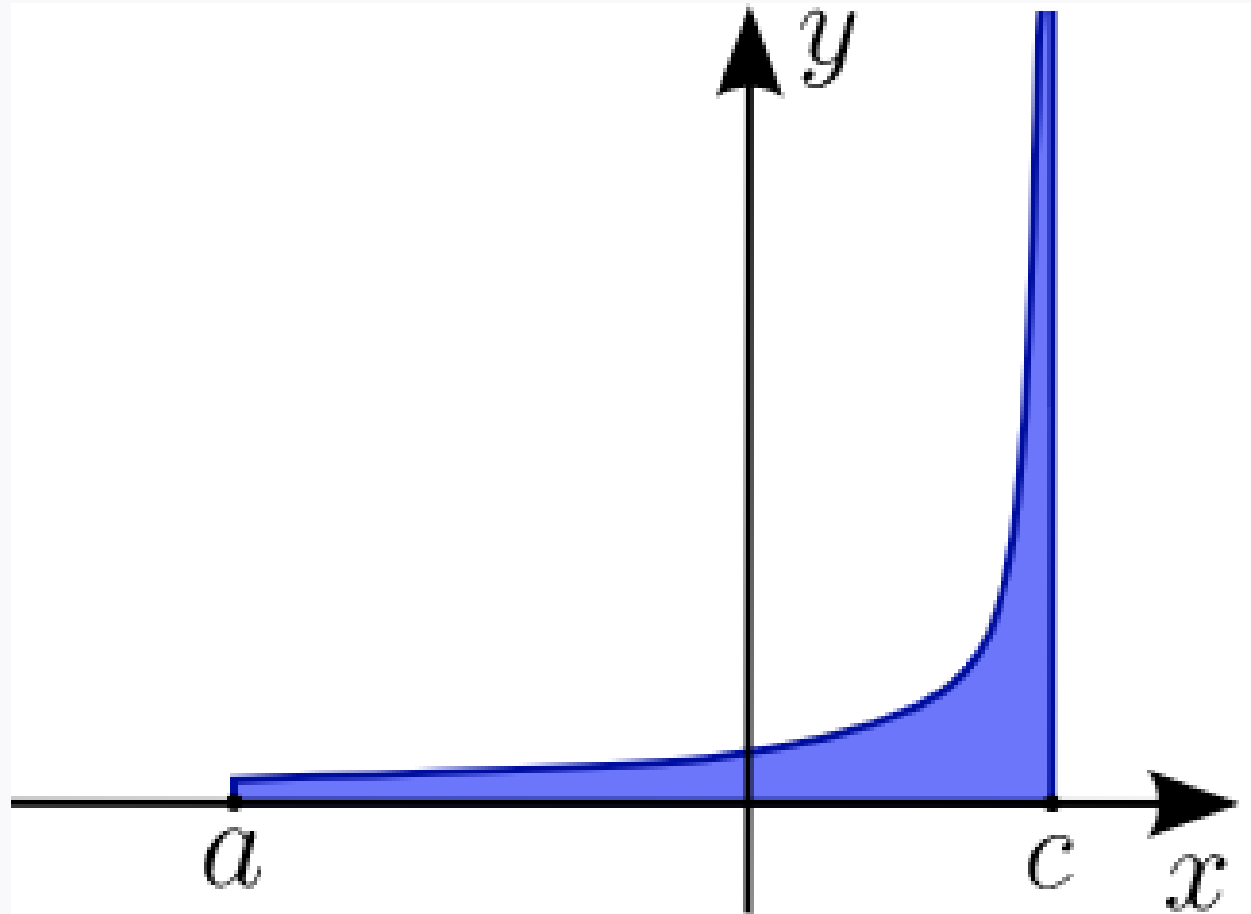
# Несобственный интеграл

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx =$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^a} dx =$$

# Несобственный интеграл

$$\int_a^c f(x) dx = \lim_{b \rightarrow c} \int_a^b f(x) dx$$





# Несобственный интеграл

$$\int_0^1 \frac{1}{x} dx =$$

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2} dx =$$

# Несобственный интеграл

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx =$$

$$\int_0^1 \frac{1}{x^a} dx =$$



# Несобственный интеграл

$$\int_0^1 \ln x \, dx =$$

$$\int_0^{\pi/2} \ln \sin x \, dx =$$

# Признаки сходимости ряда

Пусть  $a_n \geq b_n \geq 0$ , тогда если  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится, то и ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  сходится.

Пусть  $a_n, b_n \geq 0, \exists \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} \neq 0$ , тогда ряды  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  сходятся или расходятся одновременно.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^a}$$

-- сходится при  $a > 1$ , расходится при  $a \leq 1$ .



# Признаки сходимости интеграла

Пусть  $f(x) \geq g(x) \geq 0$ , тогда если  $\int_a^b f(x)$  сходится, то и  $\int_a^b g(x)$  сходится.

Пусть  $f(x), g(x) \geq 0$ ,  $\exists \lim_{x \rightarrow b} \frac{f(x)}{g(x)} \neq 0$ , тогда интегралы  $\int_a^b f(x)$  и  $\int_a^b g(x)$  сходятся или расходятся одновременно.

Пусть  $f(x) > 0$  – убывает, тогда ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$  и интеграл  $\int_1^{+\infty} f(x)$  сходятся или расходятся одновременно.

$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^a} dx$  и  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^a}$  -- сходятся при  $a > 1$ , расходятся при  $a \leq 1$ .

# Примеры

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{x}} dx =$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 1} dx =$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{(x + 2)^2} dx =$$



# Примеры

$$\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx =$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 2x + 5} dx =$$

# Примеры: исследовать на сходимость

$$\int_1^{+\infty} \frac{x^2}{x^3 + x^2 + 5x} dx$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{(x+1)e^{-x}}{x^2 + 5x + 3} dx$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{\cos^2 x}{x^2} dx$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{|\cos x|}{x^2} dx$$

# Абсолютная и условная сходимость

$\int_a^b f(x) dx$  сходится абсолютно, если  $\int_a^b |f(x)| dx$  сходится.

$\int_a^b f(x) dx$  сходится условно, если  $\int_a^b f(x) dx$  сходится, а  $\int_a^b |f(x)| dx$  расходится.

Пример:  $\int_1^{+\infty} \frac{\cos x}{x^2} dx$




# Абсолютная и условная сходимость

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \left| \begin{array}{ll} f = \frac{1}{x} & g' = \sin x \\ f' = -\frac{1}{x^2} & g = -\cos x \end{array} \right| = -\frac{\cos x}{x^2} \Big|_1^{+\infty} - \int_1^{+\infty} \frac{\cos x}{x^2} dx - \text{сходится.}$$

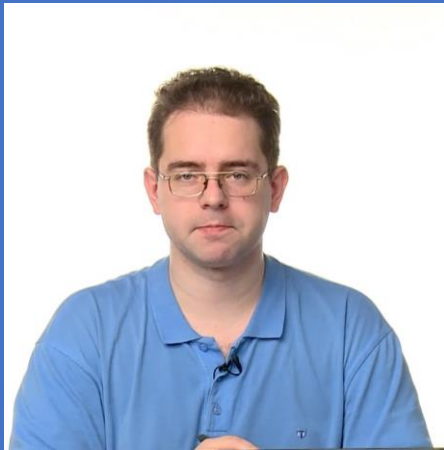
$$\int_1^{+\infty} \left| \frac{\sin x}{x} \right| dx - \text{расходится.}$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sin x}{x^a} dx - \begin{cases} \text{сх. абс.,} & a > 1 \\ \text{сх. усл.,} & 0 < a \leq 1 \\ \text{расх.,} & a \leq 0 \end{cases}$$



# Спасибо за внимание!

# Приходите на следующие вебинары



Зухба Расим Даурович

преподаватель кафедры высшей математики МФТИ

[rasimzukhba@gmail.com](mailto:rasimzukhba@gmail.com)