



ОНЛАЙН-ОБРАЗОВАНИЕ


Онлайн-образование

Проверить, идет ли запись!





Меня хорошо видно && слышно?

Ставьте  , если все хорошо
Напишите в чат, если есть проблемы

ОДНОРОДНЫЕ СЛАУ



Рословец Фарида
@FaryaRos

Правила вебинара



Активно участвуем



Задаем вопрос в чат



Off-topic обсуждаем в Slack #канал группы или #general



Вопросы вижу в чате, могу ответить не сразу

Маршрут вебинара

Ранг, база, критерий
совместности



ФСР однородных СЛАУ



Практика



Линейная зависимость строк



Что было в прошлый раз

$$\text{СЛАУ: } \begin{cases} a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 = b_1 \\ a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 = b_2 \end{cases}$$

$$A_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

$$A + B$$

$$A * B$$

«Строка на столбец»

Транспонирование

Метод Гаусса

Однородная и неоднородная СЛАУ

Неоднородная СЛАУ

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

Системой m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными называется система уравнений вида

[illegible]

Неоднородная СЛАУ

Однородная
СЛАУ

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

Система (5.1) называется *однородной*, если все свободные члены равны нулю:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = 0, \\ \dots\dots\dots, \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = 0. \end{cases} \quad (5.2)$$

Матричный вид СЛАУ

Матричная запись неоднородной системы уравнений (5.1) имеет вид

$$Ax = b, \quad (5.1)$$

а однородной:

$$Ax = o, \quad (5.2)$$

Расширенная матрица, ранг матрицы и расширенной матрицы, базис

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

$$A = \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 3 & -2 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 8 \\ 3 & 2 & -1 & 10 \end{array} \right)$$

$A|b$ – расширенная матрица

$R(A)$ – число ненулевых строк ступенчатой матрицы

$R(A)$ – ранг матрицы

$R(A|b)$ – ранг расширенной матрицы

Расширенная матрица, ранг матрицы и расширенной матрицы, базис

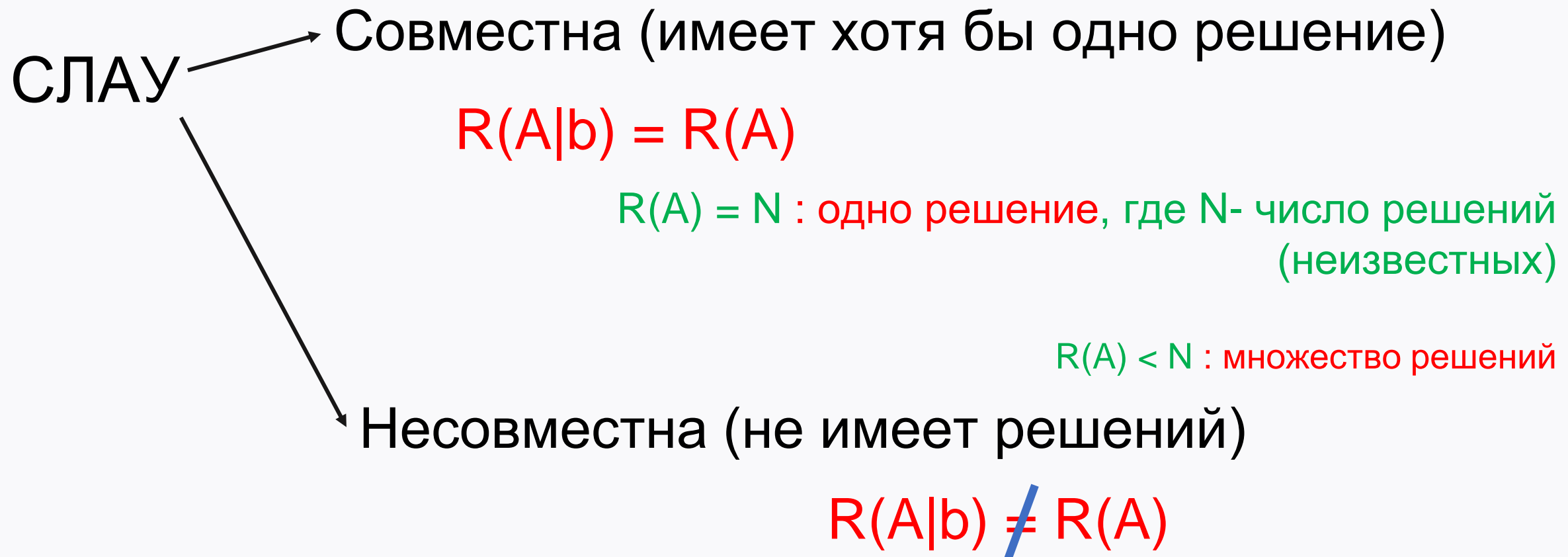
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 6 & 6 & 3 \end{pmatrix} \quad R(A) - ?$$

ВАЖНО 1: Ранг системы векторов находится аналогичным способом, только вектора будут формировать матрицу, где вектор – это столбец матрицы

ВАЖНО 2: опорные базисные элементы – это всегда **первые ненулевые элементы слева**

Что еще нужно знать, чтобы решать однородные СЛАУ?

ТЕОРЕМА Крокенера - Капелли



ФСР (Фундаментальная система решений)

1. $R(A|b) = R(A)$

2. $R(A) = N$ или $R(A) < N$

3. $K = N - R(A)$ количество свободных неизвестных

4. $X = C_0 + C_1 * L_1 + \dots + C_k * L_k$ общее решение, где C – коэффициенты, а L – постоянные n -мерные вектора

5. **ФСР** находится из общего решения (4) путем подстановки векторов свободных членов значениями $(1, 0, \dots, 0_k)$; $(0, 1, \dots, 0_k)$; $(0, 0, \dots, 1_k)$;

Практика ФСР

Переключаемся на решение задач

Линейная зависимость строк (столбцов)

Столбец A называется **линейной комбинацией** столбцов A_1, A_2, \dots, A_k одинаковых размеров, если

$$A = \alpha_1 \cdot A_1 + \alpha_2 \cdot A_2 + \dots + \alpha_k \cdot A_k, \quad (3.1)$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ — некоторые числа. В этом случае говорят, что **столбец A разложен по столбцам A_1, A_2, \dots, A_k** , а числа $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ называют коэффициентами разложения. Линейная комбинация $A = 0 \cdot A_1 + 0 \cdot A_2 + \dots + 0 \cdot A_k$ с нулевыми коэффициентами называется **тривиальной**.

Система из k столбцов A_1, A_2, \dots, A_k называется линейно зависимой, если существуют такие числа $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$, не все равные нулю одновременно, что


$$\alpha_1 \cdot A_1 + \alpha_2 \cdot A_2 + \dots + \alpha_k \cdot A_k = o. \quad (3.2)$$

Здесь и далее символом o обозначается нулевой столбец соответствующих размеров.

Система из k столбцов A_1, A_2, \dots, A_k называется **линейно независимой**, если равенство (3.2) возможно только при $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_k = 0$, т.е. когда линейная комбинация в левой части (3.2) тривиальная. Аналогичные определения формулируются и для строк (матриц-строк).

Линейная зависимость строк (столбцов)

$$1) A_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad 2) A_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

The background of the image is an aerial photograph of a dense city skyline, likely New York City, with numerous skyscrapers. The entire image is overlaid with a semi-transparent blue layer. A network of thin, light blue lines connects various points across the blue area, creating a digital or technological aesthetic. The text is centered within this blue area.

Заполните, пожалуйста,
опрос о занятии по ссылке в чате



Спасибо за внимание!
Приходите на следующие вебинары