



ОНЛАЙН-ОБРАЗОВАНИЕ


Онлайн-образование

Проверить, идет ли запись!





Меня хорошо видно && слышно?

Ставьте  , если все хорошо
Напишите в чат, если есть проблемы

Определитель матрицы



Рословец Фарида
@FaryaRos

Преподаватель



Фарида Рословец

- 7 лет опыта инженером – разработчиком электронных навигационных устройств
- Опыт репетиторства математики
- Автор блога о технологиях и продюсер OTUS трека эксплуатация

Правила вебинара



Активно участвуем



Задаем вопрос в чат



Off-topic обсуждаем в Slack #канал группы или #general



Вопросы вижу в чате, могу ответить не сразу

Маршрут вебинара

Детерминант, разные способы
расчета



Свойства детерменанта



Теорема Крамера



Задачки разные



Определитель, детерминант

$$\text{СЛАУ: } \begin{cases} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 = b_1 \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 = b_2 \end{cases}$$

$$A_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

$$\det A = |A|$$



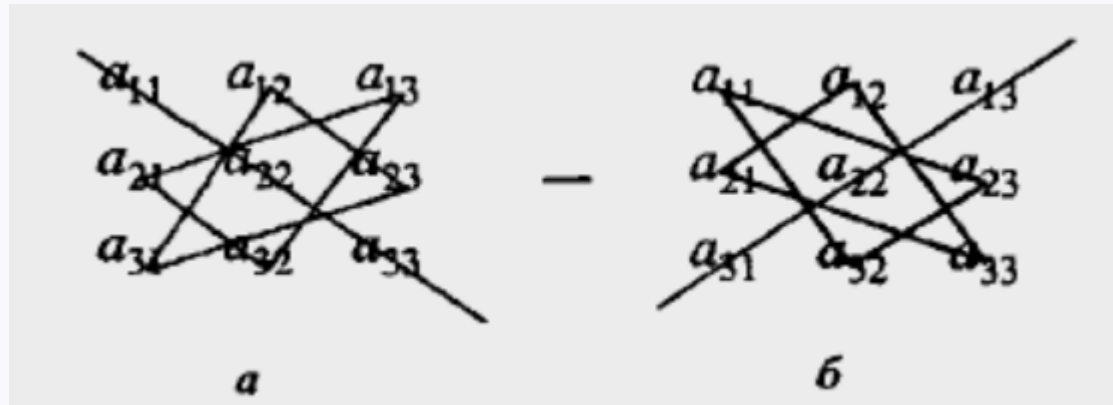
Определитель матрицы 1 и 2 порядка, способ расчета №1

1. Определителем матрицы $A = (a_{11})$ порядка $n = 1$ называется единственный элемент этой матрицы: $\det(a_{11}) = a_{11}$.

2. $n=2$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

Способы расчета 2, правило треугольников

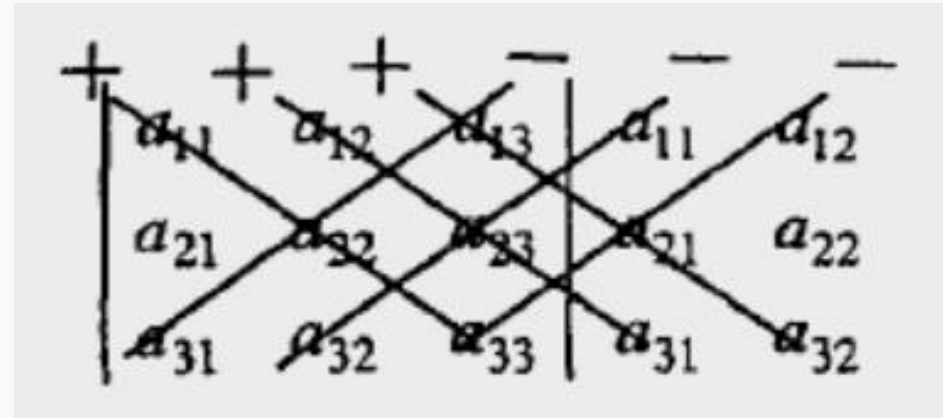


3. $n=3$ и больше

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 6 \\ 7 & -8 & -9 \end{vmatrix}$$

Способы расчета 3, правило Саррюса

3. $n=3$ и больше



$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 6 \\ 7 & -8 & -9 \end{vmatrix}$$

Разложение по строке или столбцу, минор и алгебраическое дополнение . Способ для вычисления определителей любого порядка

Дополнительным минором M_{ij} элемента a_{ij} называется определитель матрицы порядка $n - 1$, полученной из матрицы A вычеркиванием i -й строки и j -го столбца.

Алгебраическим дополнением A_{ij} элемента a_{ij} матрицы A называется дополнительный минор M_{ij} этого элемента, умноженный на $(-1)^{i+j}$:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 6 \\ 7 & -8 & -9 \end{vmatrix}$$

Разложение по строке или столбцу, минор и алгебраическое дополнение . Способ для вычисления определителей любого порядка

2. Определителем матрицы $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$ порядка $n > 1$ называется

число

$$\det A = (-1)^{1+1} a_{11} M_{11} + (-1)^{1+2} a_{12} M_{12} + \dots + (-1)^{1+n} a_{1n} M_{1n}, \quad (2.1)$$

где M_{1j} — определитель квадратной матрицы порядка $n - 1$, полученной из A вычеркиванием первой строки и j -го столбца.

Теорема Крамера для решения СЛАУ

Теорема Крамера. Если определитель матрицы квадратной системы не равен нулю, то система совместна и имеет единственное решение, которое находится по формулам Крамера:

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta},$$

где Δ - определитель матрицы системы, Δ_i - определитель матрицы системы, где вместо i -го столбца стоит столбец правых частей.

Задание. Найти решение СЛАУ $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = 7 \\ 2x_1 + x_2 = 9 \end{cases}$ при помощи метода Крамера.

Задание. При помощи формул Крамера найти решение системы $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 = -2 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$

Свойства определителя

Основные свойства определителей (детерминантов)

1. Для любой квадратной матрицы $\det A = \det A^T$, т.е. при транспонировании определитель не изменяется. Из этого свойства следует, что столбцы и строки определителя "равноправны": любое свойство, верное для столбцов, будет верным для строк.
2. Если в определителе один из столбцов нулевой (все элементы столбца равны нулю), то определитель равен нулю: $\det(\dots 0 \dots) = 0$.
3. При перестановке двух столбцов определитель меняет знак на противоположный (свойство антисимметричности):

Пусть A и B — квадратные матрицы одного и того же порядка. Тогда

$$\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B. \quad (2.6)$$

т.е. определитель произведения матриц равен произведению их определителей.

Свойства определителя

4. Если в определителе имеется два одинаковых столбца, то он равен нулю:

$$\det(\dots a_j \dots a_k \dots) = 0 \text{ при } a_j = a_k.$$

5. Если определитель имеет два пропорциональных столбца, то он равен нулю:

$$\det(\dots a_j \dots a_k \dots) = 0 \text{ при } a_j = \lambda a_k.$$

6. При умножении всех элементов одного столбца определителя на число определитель умножается на это число:

$$\det(a_1 \dots \lambda a_j \dots a_n) = \lambda \cdot \det(a_1 \dots a_j \dots a_n).$$

Свойства определителя при приведении матрицы к ступенчатому виду

1. Определитель нижней треугольной матрицы равен произведению элементов, стоящих на главной диагонали.
2. Определитель единичной матрицы равен 1.

I. Перестановка двух столбцов (строк) определителя приводит к изменению его знака на противоположный.


II. Умножение всех элементов одного столбца (строки) определителя на одно и то же число, отличное от нуля, приводит к умножению определителя на это число.

III. Прибавление к элементам одного столбца (строки) определителя соответствующих элементов другого столбца, умноженных на одно и то же число, не изменяет определитель.

Свойства определителя при приведении матрицы к ступенчатому виду

. Вычислить определитель четвёртого порядка

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}, \text{ приводя его к треугольному виду.}$$

The background of the image is an aerial photograph of a dense city skyline, likely New York City, with numerous skyscrapers. The entire image is overlaid with a semi-transparent blue layer. A network of thin, light blue lines connects various points across the blue area, creating a digital or technological aesthetic. The text is centered within this blue area.

Заполните, пожалуйста,
опрос о занятии по ссылке в чате



Спасибо за внимание!
Приходите на следующие вебинары