




ОНЛАЙН-ОБРАЗОВАНИЕ

# Онлайн-образование





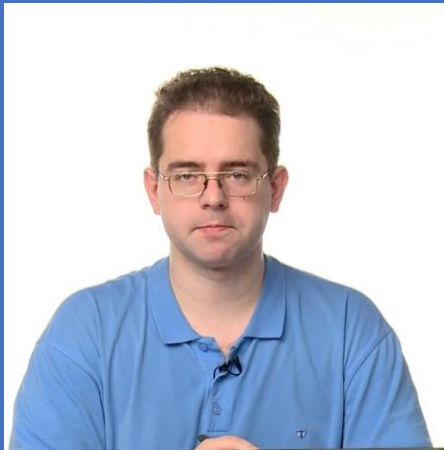
# Меня хорошо видно && слышно?

Ставьте  , если все хорошо  
Напишите в чат, если есть проблемы





# Теория пределов (часть 2)



Зухба Расим Даурович

ст. преподаватель

МФТИ

[rasimzukhba@gmail.com](mailto:rasimzukhba@gmail.com)

# Преподаватель



**Зухба Расим**

- 8 лет опыта преподавания математики в МФТИ

# Правила вебинара



Активно участвуем. Понадобятся ручка и бумага!



Задаем вопрос в чат или голосом



Вопросы вижу в чате, могу ответить не сразу

# Цели вебинара

1

Разберемся с понятием предела функции.

2

Научимся вычислять пределы.

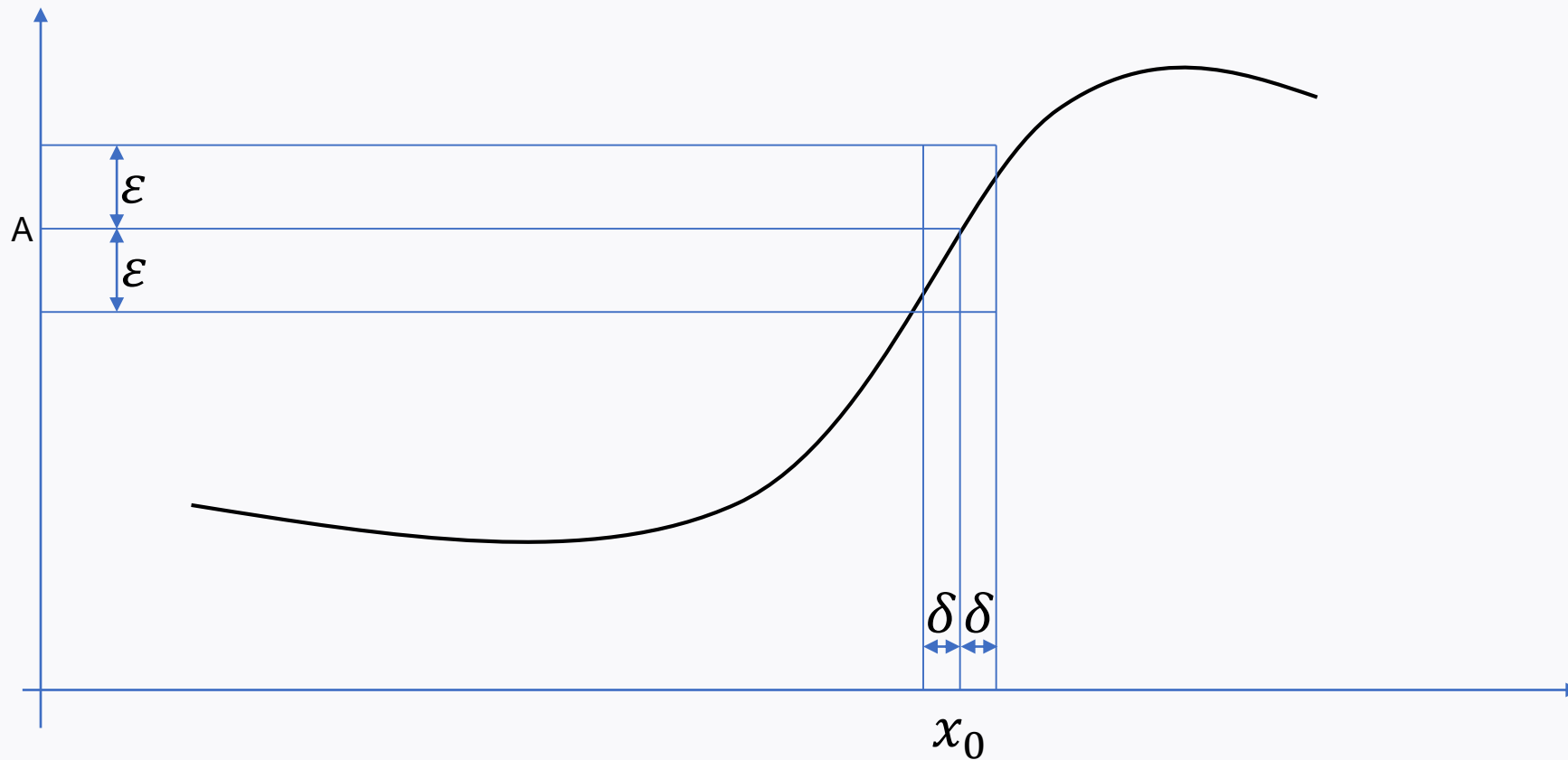
# Предел монотонной и ограниченной последовательности

$$x_1 = 2, \quad x_{n+1} = \frac{1}{2} \left( x_n + \frac{5}{x_n} \right)$$



# Предел функции

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x: 0 < |x - x_0| < \delta \hookrightarrow |f(x) - A| < \varepsilon$$





# Предел функции $\sin x$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin x = 0$$

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x: 0 < |x - 0| < \delta \hookrightarrow |\sin x - 0| < \varepsilon$$

# Упражнение

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$$



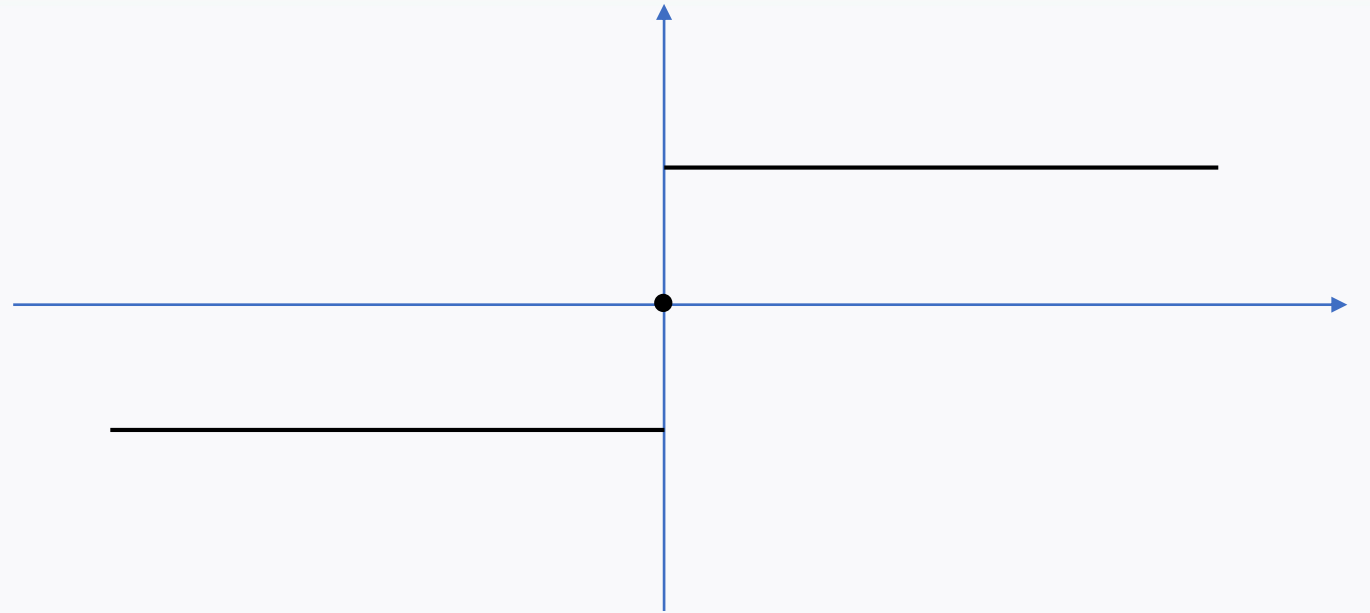
# Упражнение

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$$

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x: 0 < |x - 0| < \delta \hookrightarrow |x^2 - 0| < \varepsilon$$

# Предел функции $\text{sign } x$

$$\text{sign } x = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$





# Замечательные пределы

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = \lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = e$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 7x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x} \cdot \frac{7x}{\sin 7x} \cdot \frac{5}{7} =$$

$$= \frac{5}{7} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\sin 7x} = \frac{5}{7}$$

# Примеры

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x + 4}{3x^2 + x - 1}$$



# Примеры

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{x^3 - 1}$$

# Примеры

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1} \right)$$



# о-малое

Говорят, что  $f(x) = o(g(x))$ , при  $x \rightarrow x_0$ , если

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

$$x^2 = o(x), \quad x \rightarrow 0$$

$$x^3 = o(x), \quad x \rightarrow 0$$

$$x = o(x^2), \quad x \rightarrow \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\sin x - x = o(x), \quad x \rightarrow 0$$


# Упражнения

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt[3]{x^3 + 10}}$$

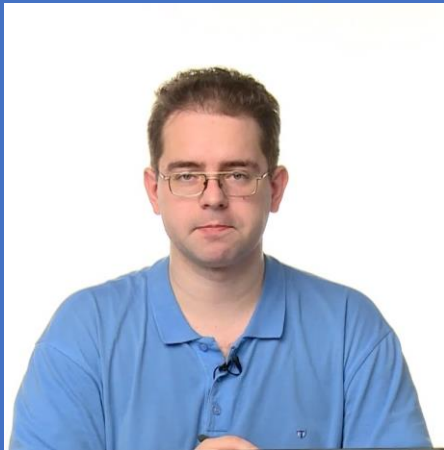
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sin x - \sin 5}{x - 5}$$



# Спасибо за внимание!

## Приходите на следующие вебинары



Зухба Расим Даурович

преподаватель кафедры высшей математики МФТИ

[rasimzukhba@gmail.com](mailto:rasimzukhba@gmail.com)