




ОНЛАЙН-ОБРАЗОВАНИЕ

Онлайн-образование

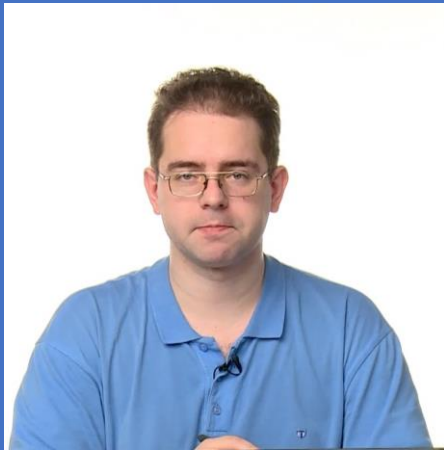


Меня хорошо видно && слышно?

Ставьте  , если все хорошо
Напишите в чат, если есть проблемы



Ряды



Зухба Расим Даурович

ст. преподаватель

МФТИ

rasimzukhba@gmail.com

Правила вебинара



Активно участвуем. Понадобятся ручка и бумага!



Задаем вопрос в чат или голосом



Вопросы вижу в чате, могу ответить не сразу

Числовые ряды

Числовой ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, где a_n -- числовая последовательность

Частичная сумма ряда: $S_N = \sum_{n=1}^N a_n$

Сумма ряда: $S = \lim_{N \rightarrow \infty} S_N$

Например, сумма геометрической прогрессии ($|q| < 1$):

$$\sum_{n=1}^{\infty} q^n = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^N q^n = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{q - q^{n+1}}{1 - q} = \frac{q}{1 - q}$$

Необходимое условие сходимости ряда

Для сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ необходимо чтобы $a_n \rightarrow 0$

Примеры:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n}$$

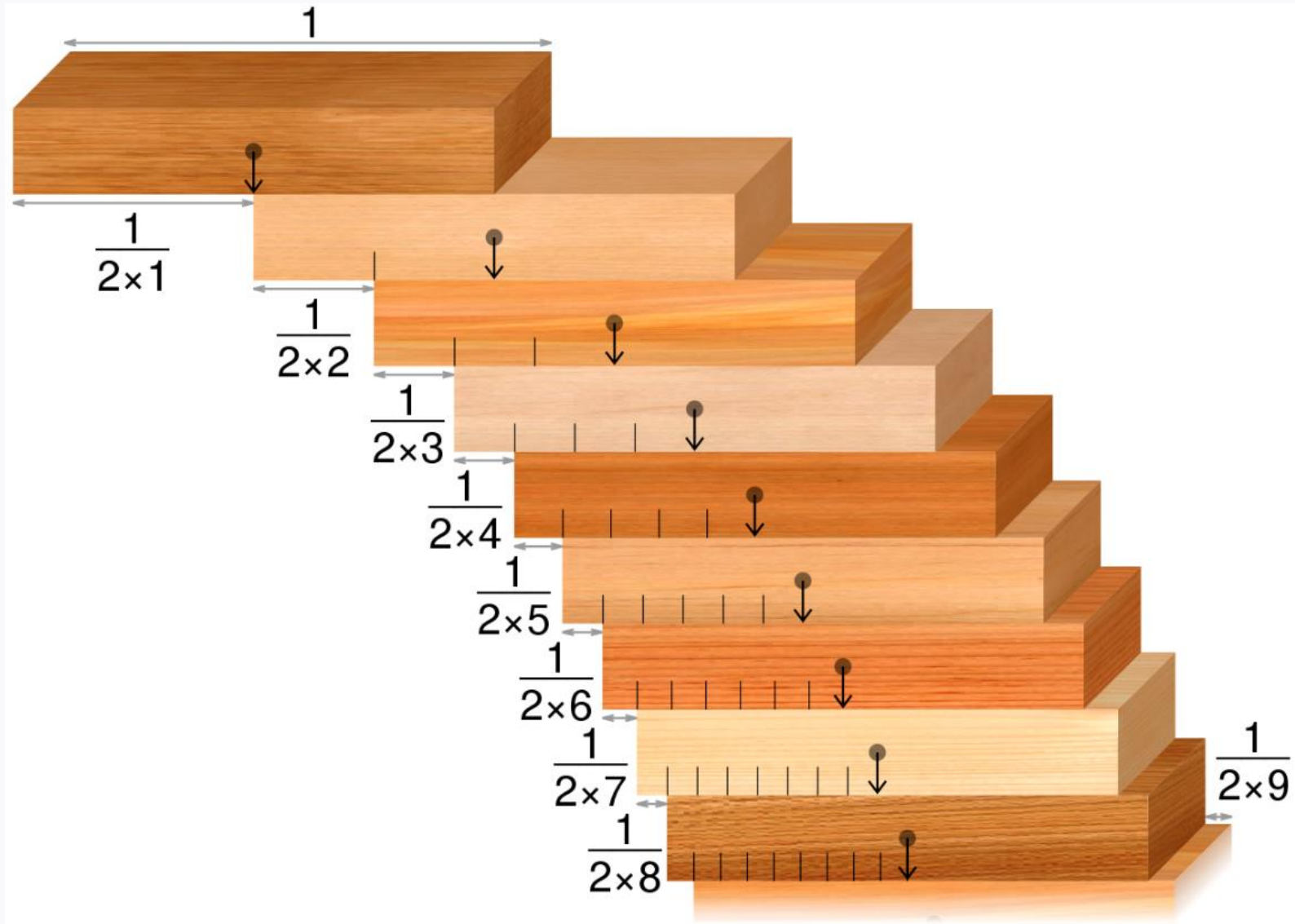
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n+3}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n$$

Гармонический ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

Расходится.



Признаки сходимости ряда

Пусть $a_n \geq b_n \geq 0$, тогда если $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, то и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ сходится.

Пусть $a_n, b_n \geq 0, \exists \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} \neq 0$, тогда ряды $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ сходятся или расходятся одновременно.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^a}$ -- сходится при $a > 1$, расходится при $a \leq 1$.

Примеры

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n 2^n}$$

Примеры

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-2}{n^3 + 5n^2 + n + 1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{(n+2) 3^n}$$

Абсолютная и условная сходимость

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится абсолютно, если $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ сходится.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится условно, если $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, а $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ расходится.

Исследовать на абсолютную сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n+1)}{n\sqrt{n}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$$

Функциональные ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$$

$$a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \sin nx + b_n \cos nx)$$

Область сходимости

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{nx}}$$

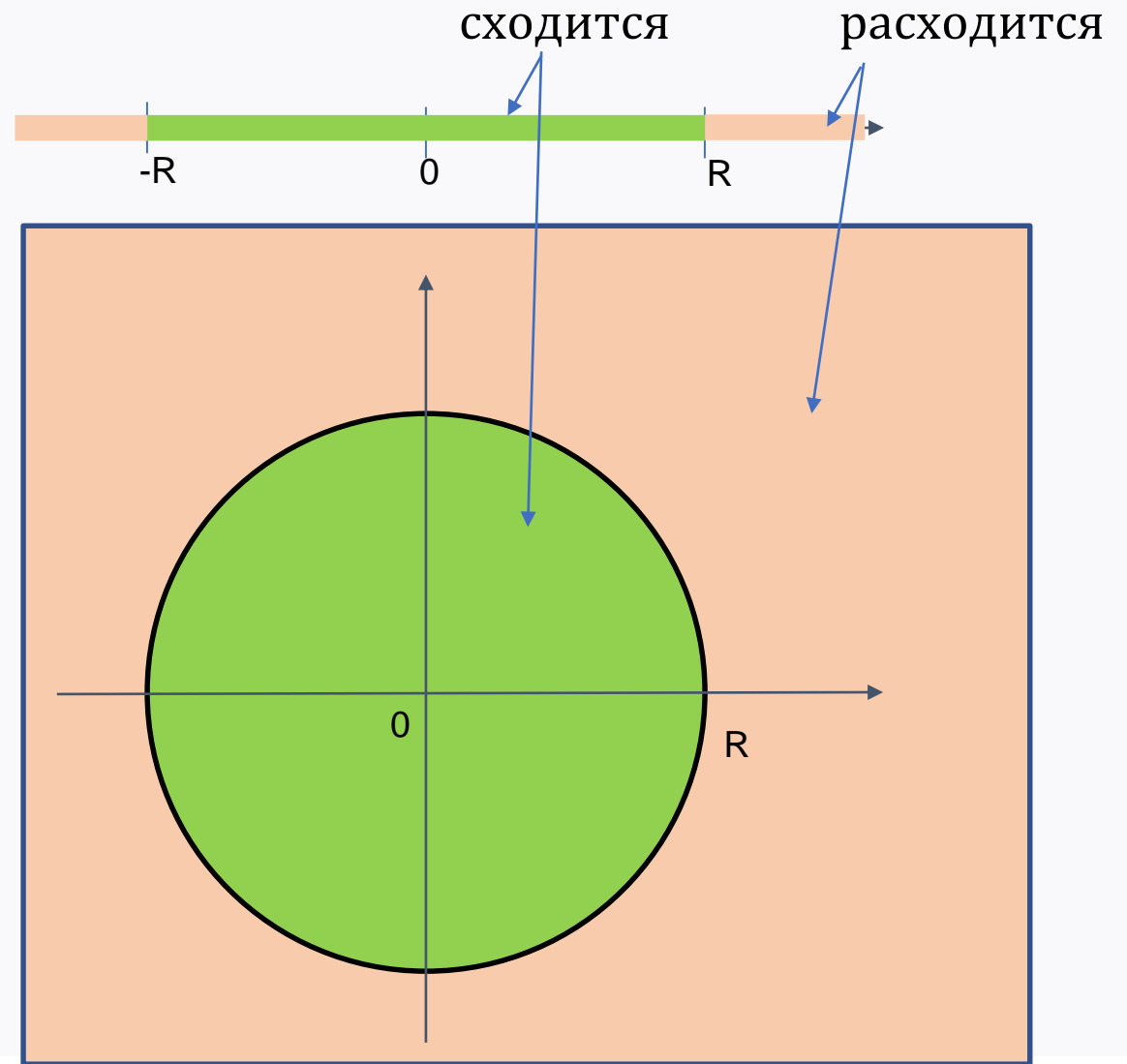
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$$

Радиус сходимости

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$$

$$R = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|}} = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|}}$$

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$$



Примеры

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n} x^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-3)^n x^n$$

Примеры

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^3 x^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

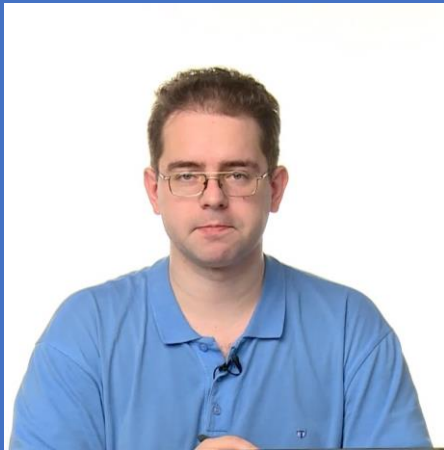
$$\sum_{n=1}^{\infty} n! x^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)2^n}{(n+2)5^n} x^n$$



Спасибо за внимание!

Приходите на следующие вебинары



Зухба Расим Даурович

преподаватель кафедры высшей математики МФТИ

rasimzukhba@gmail.com