OTUS

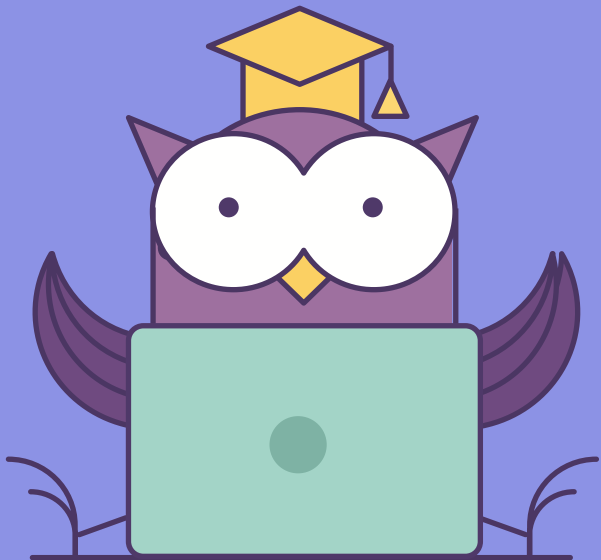
ОНЛАЙН-ОБРАЗОВАНИЕ

Введение 1

Начало

Лукьянченко Петр Павлович

Меня хорошо слышно && видно?



Напишите в чат, если есть проблемы!

Ставьте + если все хорошо

Правила вебинара

Активно участвуем

Задаем вопросы в чат

Вопросы вижу в чате, могу ответить не сразу

Знакомство

>10 лет преподавания в НИУ-ВШЭ

>3 лет – Quantitative Research (UFG, UBS)

>6 лет – Data Science (Retail, Госсектор)

Учился в London School of Economics, University College London
Специализация: Численные методы решения уравнений. Функциональные языки программирования

Прошу вас заполнить разделы «Навыки и технологии» и «Проекты и опыт» в личном кабинете на сайте Otus.

Что именно?

Навыки и технологии.

Языки программирования, библиотеки и фреймворки, базы данных, операционные системы, инструменты разработки и организации инфраструктуры.

Опыт работы – что именно вы делали с применением этих технологий.

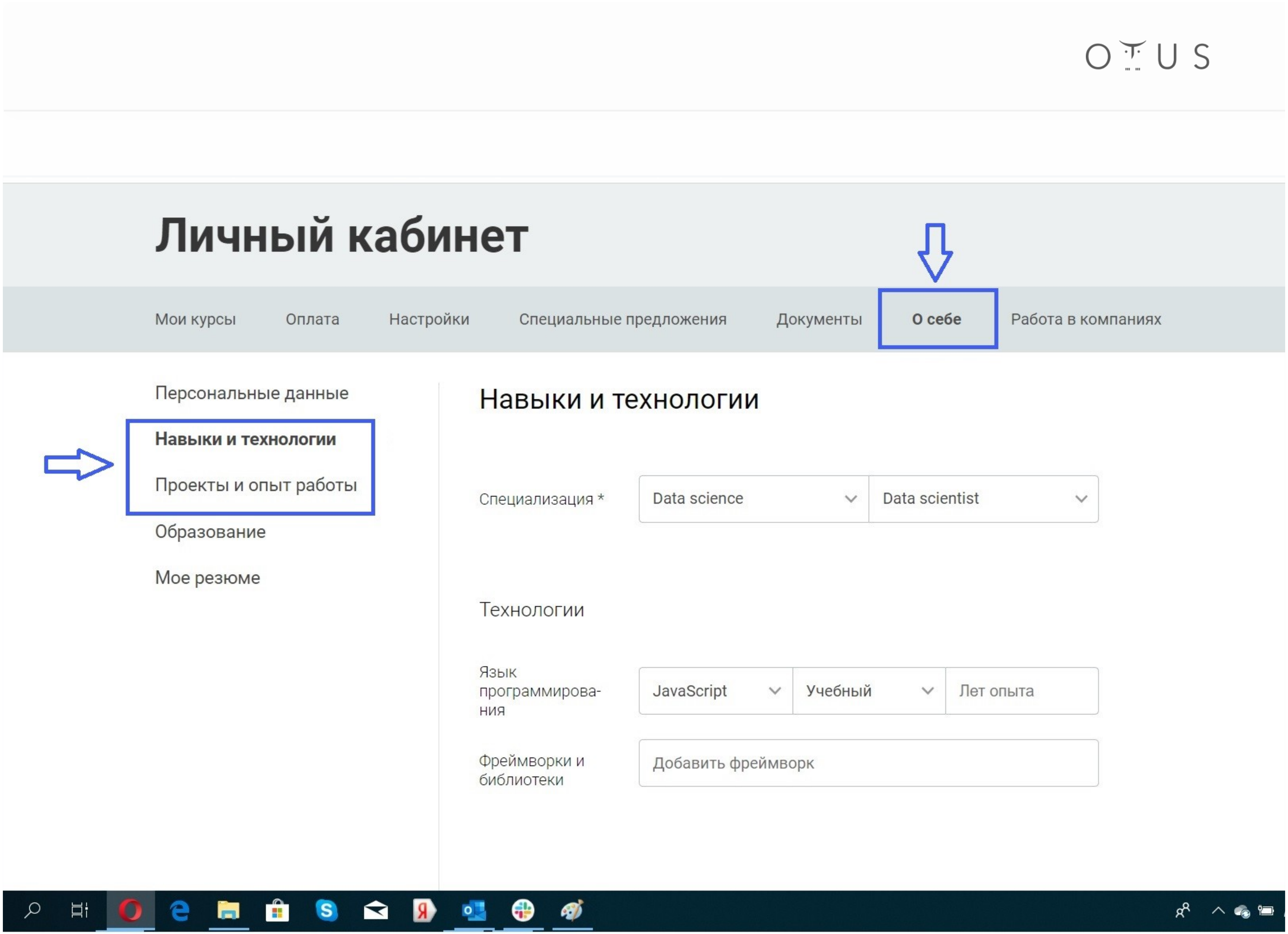
Для чего?

Повысить результаты обучения.

Мы учтем ваши навыки и опыт в процессе обучения, в примерах, задачах, рекомендациях литературы.

Где заполнить?

В вашем личном кабинете, вкладка «О себе».


OTUS
Личный кабинет
Мои курсы
Оплата
Настройки
Специальные предложения
Документы
О себе
Работа в компаниях
Персональные данные
Навыки и технологии
Проекты и опыт работы
Образование
Мое резюме
Навыки и технологии
Специализация *
Data science
Data scientist
Технологии
Язык программирования
JavaScript
Учебный
Лет опыта
Фреймворки и библиотеки
Добавить фреймворк

Цели занятия

После занятия вы сможете:

1. Вспомним основные определения из линейной алгебры

2. Решить примеры

3. Понять программу курса

Программа курса

OTUS

Линейная алгебра	1	Введение 1 Математика в DataScience
	2	Введение 2 Основные термины и определения математического анализа, линейной алгебры и теории вероятностей
	3	Матрицы. Основные понятия и операции
	4	Геометрическая интерпретация в линейной алгебре
	5	Матричные разложения
	6	Матричные производные
	7	Применение линейной алгебры в DS
	8	Применение линейной алгебры в ML

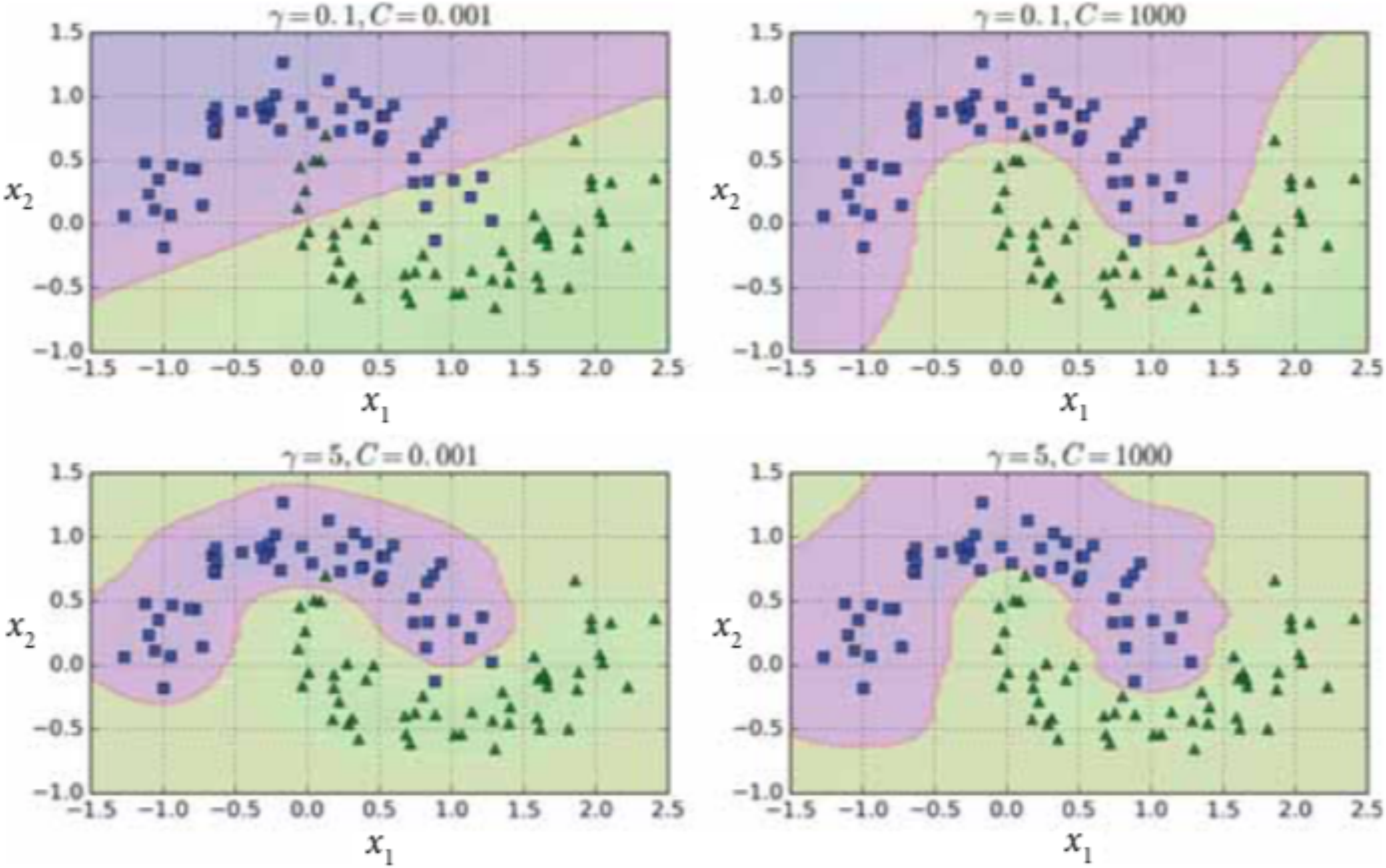
Математический анализ	9	Теория множеств
	10	Метрические пространства
	11	Теория пределов
	12	Дифференцирование
	13	Оптимизация
	14	Минимизация и Максимизация в Регрессиях
	15	Интегрирование
	16	Применение Мат.анализа в ML
	17	Применение Мат.анализа в ML
	18	MidTerm

Программа курса

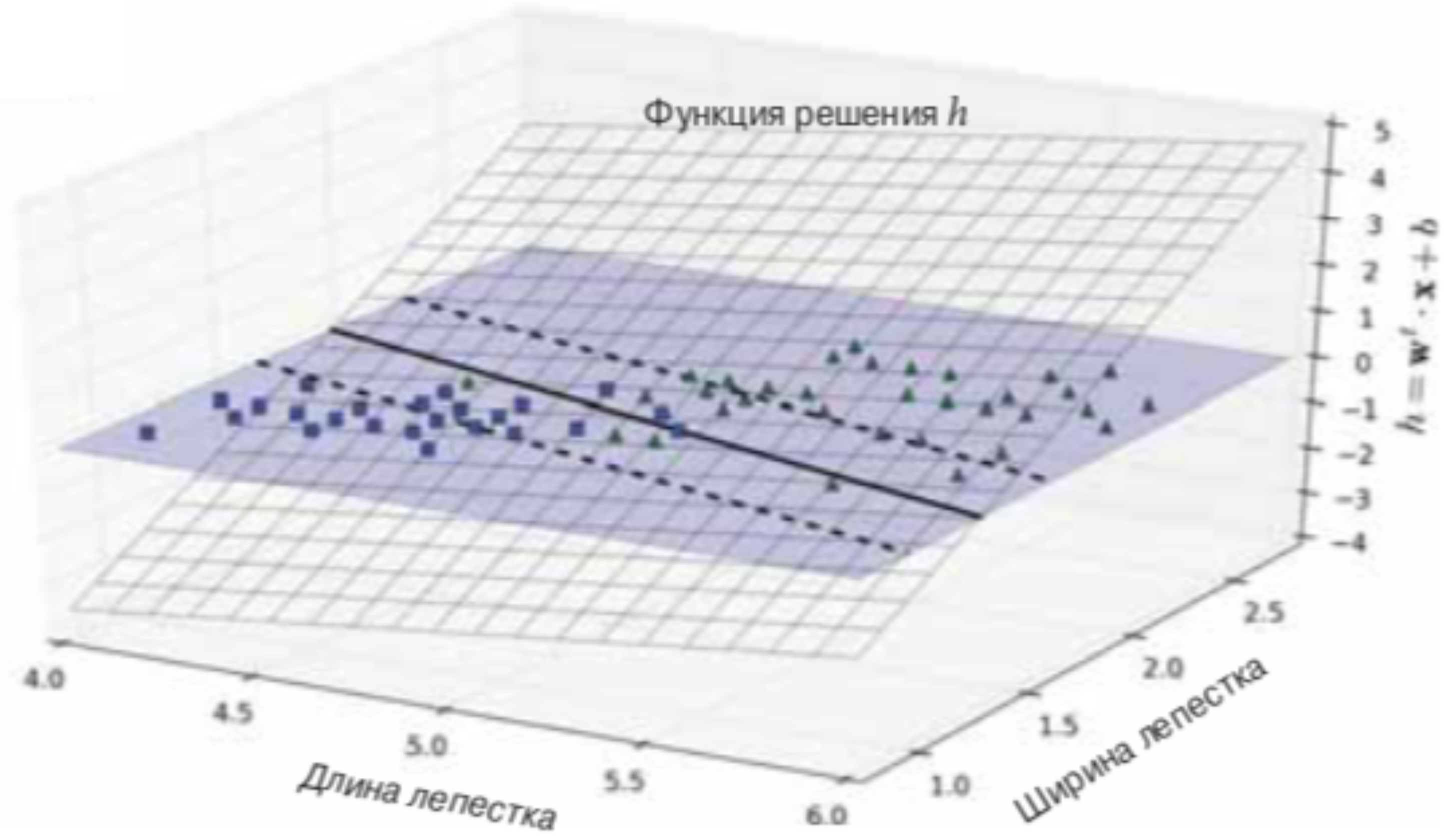
19	Комбинаторика и Основы теории вероятности.
20	Случайные величины
21	Непрерывные случайные величины

22	Теоремы
23	Точечное и интервальное оценивание
24	Проверка гипотез
25	Проверка гипотез
26	Виды зависимостей
27	Регресии
28	Метод главных компонент
29	Моделирование случайных величин
30	Моделирование случайных величин
31	MidTerm

Классификация данных



Метод опорных векторов



$$\underset{\mathbf{w}, b}{\text{минимизировать}} \quad \frac{1}{2}\mathbf{w}^T \cdot \mathbf{w}$$

$$\text{при условии} \quad t^{(i)}\left(\mathbf{w}^T \cdot \mathbf{x}^{(i)} + b\right) \geq 1 \quad \text{для} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Регрессии

$$Y = X\alpha + \varepsilon,$$

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_t \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{t1} & x_{t2} & \dots & x_{tk} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nk} \end{pmatrix},$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_k \end{pmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_t \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix},$$

Матрица

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Матрицей размера $m \times n$ называется упорядоченная прямоугольная таблица (или массив) чисел, содержащая m строк и n столбцов.

OTUS

Решите систему линейный уравнений

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ 2x + y + z = 4 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$$

Матрица

Операции над матрицами:

1. Сложение
2. Умножение на скаляр
3. Транспонирование матрицы
4. Умножение матриц
5. Взятие обратной матрицы

Операции над матрицами

Сложение матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -4 \\ 1 & 9 & -1 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

Операции над матрицами

Умножение матрицы на скаляр

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Операции над матрицами

OTUS

Транспонировать матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Транспонированием матрицы называется операция, в результате которой образуется новая матрица, где строками служат столбцы исходной, записанные с сохранением порядка их следования

Определитель

Определитель матрицы 2x2

Детерминантом (определителем) квадратной матрицы 2-го порядка $\begin{Vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{Vmatrix}$ называется число

$$\det \begin{Vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{Vmatrix} = \alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}\alpha_{21}.$$

Определитель матрицы 3x3

$$\det \begin{Vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{Vmatrix} =$$

$$= \alpha_{11} \det \begin{Vmatrix} \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{Vmatrix} - \alpha_{12} \det \begin{Vmatrix} \alpha_{21} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{33} \end{Vmatrix} +$$

$$+ \alpha_{13} \det \begin{Vmatrix} \alpha_{21} & \alpha_{22} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} \end{Vmatrix},$$

Определитель

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = 1 \times 4 - 2 \times 3 = 4 - 6 = -2$$

Вычислить определитель для следующих матриц

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \qquad \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -8 & x \end{bmatrix}$$

Определитель

Вычислить определитель для следующих матриц

$$\begin{pmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -5 & 0 & 4 \\ -2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Операции над матрицами

Вычислить обратную матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 11 & -11 & 10 & 10 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ -3 & 5 & -4 & -5 \\ 7 & -4 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Базис

Определение

Система векторов линейного пространства $\boldsymbol{L}$ образует *базис* в $\boldsymbol{L}$ если эта система векторов упорядочена, линейно независима и любой вектор из $\boldsymbol{L}$ линейно выражается через векторы системы.

Являются ли вектора базисными?

$$\overline{a}(-2;\ 1);$$
$$\overline{b}\,(0;\ -2);$$

Ранг

Минор k-ого порядка матрицы — определитель квадратной матрицы порядка k×k, которая составлена из элементов матрицы A, находящихся в заранее выбранных k-строках и k-столбцах, при этом сохраняется положение элементов матрицы A.

Проще говоря, если в матрице A вычеркнуть (p-k) строк и (n-k) столбцов, а их тех элементов, которые остались, составить матрицу, сохраняя расположение элементов матрицы A, то определитель полученной матрицы и есть минор порядка k матрицы A.

Ранг матрицы — наивысший порядок матрицы, отличный от нуля.

Ранг

Вычислите

$$\begin{pmatrix} 4 & 8 & -4 & 16 & -8 \\ -1 & -2 & 1 & -4 & 2 \\ 3 & 6 & -3 & 12 & -6 \\ 2 & 4 & -2 & 8 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & -8 & -4 & -16 & -12 \\ -4 & 8 & 4 & 16 & 12 \\ -3 & 6 & 3 & 12 & 9 \\ 3 & -6 & -3 & -12 & -9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & 4 & -4 & -4 \\ 12 & -9 & 16 & -8 & -14 \\ -1 & -8 & 12 & 4 & -8 \\ -9 & 12 & -20 & 4 & 16 \end{pmatrix}$$

Собственные числа/собственные вектора

OTUS

Пусть задана квадратная матрица $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$. Ненулевой вектор $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ называется **собственным вектором матрицы** A, если существует такое ненулевое число λ, что $AX = \lambda X$.

Число λ при этом называется **собственным значением вектора** X относительно матрицы A.

Матрица $A - \lambda E$ называется **характеристической матрицей** матрицы A, многочлен $|A - \lambda E|$ называется характеристическим многочленом матрицы A, уравнение $|A - \lambda E| = 0$ называется характеристическим уравнением матрицы A.

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & -7 & 7 \\ -8 & 3 & -2 \\ -8 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -7 & -8 & -8 \\ 4 & 5 & 4 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

Решить матричное уравнение

$$X\begin{pmatrix} 5 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 \\ -5 & -4 & 6 \end{pmatrix}$$

Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 7 & -6 & 5 \\ 5 & -4 & 4 \\ -4 & 3 & -3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 & 7 \\ -7 & 1 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$$

Петр Лукьянченко

Mail: lukianchenko.pierre@gmail.com
Telegram: @Namur88
Slack: @Петр Лукьянченко

Есть вопросы или замечания?

Напишите в чат свои вопросы и замечания!

Ставьте + если все понятно

Спасибо
за внимание!